**112年度基本學力測驗數學(A)科試題**

**第壹部分、選擇（填）題（占　85　分）**

**一、單選題（占　30　分）**

說明：第　　題至第　　題，每題　5　分。

|  |
| --- |
| 若在計算器中鍵入某正整數　*N*，接著連按「」鍵　(取正平方根)　3　次，視窗顯示得到答案為　2，則　*N*　等於下列哪一個選項？　23 　24 　26 　28 　212 |

|  |
| --- |
| 坐標平面上，以原點　*O*　為圓心、1　為半徑作圓，分別交坐標軸正向於　*A*、*B*　兩點。在第一象限的圓弧上取一點　*C*　作圓的切線分別交兩軸於點　*D*、*E*，如圖所示。令∠*OEC*＝*θ*，試選出為　tan　*θ*　的選項。    |

|  |
| --- |
| 某生推導出兩物理量　*s*，*t*　應滿足一等式。為了驗證其理論，他做了實驗得到　15　筆兩物理量的數據　(*sk* , *tk*)，*k*＝1，……，15。老師建議他將其中的　*tk*　先取對數，在坐標平面上標出對應的點　(*sk* , log*tk*)，*k*＝1，……，15，如圖所示；其中第一個數據為橫軸坐標，第二個數據為縱軸坐標。利用迴歸直線分析，某生印證了其理論。試問該生所得　*s*，*t*　的關係式最可能為下列哪一選項？　*s*＝2*t* 　*s*＝3*t* 　*t*＝10*s*　*t*2＝10*s* 　*t*3＝10*s* |

|  |
| --- |
| 將數字　1、2、3、……、9　等　9　個數字排成九位數(數字不得重複)，使得前　5　位從左至右遞增、且後　5　位從左至右遞減。試問共有幾個滿足條件的九位數？     |

|  |
| --- |
| 已知坐標空間中　*P*、*Q*、*R*　為平面　2*x*－3*y*＋5*z*＝上不共線三點。令＝(*a*1 , *b*1 , *c*1)，＝(*a*2 , *b*2 , *c*2)。試選出下列行列式中**絕對值**為最大的選項。　 　 　　 　 |

|  |
| --- |
| 坐標空間中，考慮邊長為　1　的正立方體，固定一頂點　*O*。從　*O*　以外的七個頂點隨機選取相異兩點，設此兩點為　*P*、*Q*，試問所得的內積．之期望值為下列哪一個選項？   　1  |

**二、多選題**(**占　30　分**)

說明：第　　題至第　　題，每題　5　分。

|  |
| --- |
| 某公司有甲、乙兩新進員工，兩人同時間入職且起薪相同。公司承諾給甲、乙兩員工調薪的方式如下：甲：工作滿　3　個月，下個月開始月薪增加　200　元；以後再每滿　3　個月皆依此方式調薪。乙：工作滿　12　個月，下個月開始月薪增加　1000　元；以後再每滿　12　個月皆依此方式調薪。根據以上敘述，試選出正確的選項。甲工作滿　8　個月後，第　9　個月的月薪比第　1　個月的月薪增加　600　元工作滿一年後，第　13　個月甲的月薪比乙的月薪高工作滿　18　個月後，第　19　個月甲的月薪比乙的月薪高工作滿　18　個月時，甲總共領到的薪水比乙總共領到的薪水少工作滿兩年後，在第　3　年的　12　個月中，恰有　3　個月甲的月薪比乙的月薪高 |

|  |
| --- |
| 某抽獎遊戲單次中獎機率為　0.1，每次中獎與否皆為獨立事件。對每一正整數　*n*，令　*pn*　為玩此遊戲　*n*　次至少中獎　1　次的機率。試選出正確的選項。　*pn*＋1＞*pn*　*p*3＝0.3〈*pn*〉為等差數列玩此遊戲兩次以上，第一次未中獎且第二次中獎的機率等於　*p*2－*p*1玩此遊戲　*n*　次且　*n*2　時，至少中獎　2　次的機率等於　2*pn* |

|  |
| --- |
| 設　*a*1，*a*2，*a*3，……，*an*　是首項為　3　且公比為的等比數列。試選出滿足不等式log3　*a*1－log3　*a*2＋log3　*a*3－log3　*a*4＋……＋(－1)*n*＋1　log3　*an*＞18的項數　*n*　之可能選項。　23 　24 　25 　26 　27 |

|  |
| --- |
| 考慮坐標平面上的直線　*L*：5*y*＋(2*k*－4)*x*－10*k*＝0　(其中　*k*　為一實數)，以及長方形　*OABC*，其頂點坐標為　*O*(0 , 0)、*A*(10 , 0)、*B*(10 , 6)、*C*(0 , 6)。設　*L*　分別交直線　*OC*、直線　*AB*　於點　*D*、*E*。試選出正確的選項。當　*k*＝4　時，直線　*L*　通過點　*A*若直線　*L*　通過點　*C*，則　*L*　的斜率為若點　*D*　在線段上，則　0*k*3若　*k*＝，則線段在長方形　*OABC*　內部(含邊界)若線段在長方形　*OABC*　內部(含邊界)，則　*L*　的斜率可能為 |

|  |
| --- |
| 坐標平面上，設　*A*、*B*　分別表示以原點為中心，順時針、逆時針旋轉　90°　的旋轉矩陣。設　*C*、*D*　分別表示以直線　*x*＝*y*、*x*＝－*y*　為鏡射軸的鏡射矩陣。試選出正確的選項。　*A*、*C*　將點　(1 , 0)　映射到同一點　*A*＝－*B*　*C*＝*D*－1　*AB*＝*CD*　*AC*＝*BD* |

|  |
| --- |
| 令　*f*　(*x*)＝sin　*x*＋cos　*x*，試選出正確的選項。鉛直線　*x*＝為　*y*＝*f*　(*x*)　圖形的對稱軸若鉛直線　*x*＝*a*　和　*x*＝*b*　均為　*y*＝*f*　(*x*)　圖形的對稱軸，則　*f*　(*a*)＝*f*　(*b*)在區間　[0 , 2*π*)　中僅有一個實數　*x*　滿足　*f*　(*x*)＝在區間　[0 , 2*π*)　中滿足　*f*　(*x*)＝的所有實數　*x*　之和不超過　2*π*　*y*＝*f*　(*x*)　的圖形可由　*y*＝4　sin2的圖形經適當(左右、上下)平移得到 |

**三、選填題**(**占　25　分**)

說明：第　　題至第　　題，每題　5　分。

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 某間新開幕飲料專賣店推出果汁、奶茶、咖啡三種飲料，前　3　天各種飲料的銷售數量(單位：杯)與收入總金額(單位：元)如下表，例如第一天果汁、奶茶、咖啡的銷售量分別為　60　杯、80　杯與　50　杯，收入總金額為　12900　元。已知同一種飲料每天的售價皆相同，則咖啡每杯的售價為元。

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 果汁　(杯) | 奶茶　(杯) | 咖啡　(杯) | 收入總金額　(元) |
| 第　1　天 | 60 | 80 | 50 | 12900 |
| 第　2　天 | 30 | 40 | 30 | 6850 |
| 第　3　天 | 50 | 70 | 40 | 10800 |

 |

|  |
| --- |
| 設　*a*，*b*　為實數(其中　*a*＞0)，若多項式　*ax*2＋(2*a*＋*b*)*x*－12　除以　*x*2＋(2－*a*)*x*－2*a*　所得餘式為　6，則數對　(*a* , *b*)＝。 |

|  |
| --- |
| 設　*O*、*A*、*B*　為坐標平面上不共線三點，其中向量垂直。若　*C*、*D*　兩點在直線　*AB*　上，滿足＝＋、3＝8，且垂直，則　＝。(化為最簡分數) |

|  |
| --- |
| 令　*E*：*x*＋*z*＝2　為坐標空間中過三點　*A*(2 ,－1 , 0)、*B*(0 , 1 , 2)、*C*(－2 , 1 , 4)　的平面。另有一點　*P*　在平面　*z*＝1　上且其於　*E*　之投影點與　*A*、*B*、*C*　三點等距離。則點　*P*　與平面　*E*　的距離為。(化為最簡根式) |

|  |
| --- |
| 坐標空間中有兩不相交直線　*L*1：，*t*　為實數、*L*2：，*s*　為實數，另一直線　*L*3　與　*L*1、*L*2　皆相交且垂直。若　*P*、*Q*　兩點分別在　*L*1、*L*2　上且與　*L*3　之距離皆為　3，則　*P*、*Q*　兩點的距離為。(化為最簡根式) |

**第貳部分、混合題或非選擇題（占　15　分）**

說明：本部分共有　1　題組，選填題每題　3　分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用　2B　鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶(液)。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

|  |
| --- |
| 18　-　20　題為題組坐標平面上　*O*　為原點，給定　*A*(1 , 0)、*B*(－2 , 0)　兩點。另有兩點　*P*、*Q*　在上半平面，且滿足＝、＝、∠*POQ*　為直角，如圖所示。令∠*AOP*＝*θ*。根據上述，試回答下列問題。線段長為下列哪一選項？(單選題，3　分)　sin　*θ* 　cos　*θ* 　2sin　*θ* 　2　cos　*θ* 　cos　2*θ* |

|  |
| --- |
| 若　sin　*θ*＝，試求點　*Q*　的坐標，並說明＝2。(非選擇題，6　分) |

|  |
| --- |
| (承　　題)試求點　*A*　到直線　*BQ*　的距離，並求四邊形　*PABQ*　的面積。(非選擇題，6　分) |

參考公式及可能用到的數值

首項為　*a*，公差為　*d*　的等差數列前　*n*　項之和為　*S*＝

首項為　*a*，公比為　*r*　(*r*≠1)的等比數列前　*n*　項之和為　*S*＝

三角函數的和角公式：sin(*A*＋*B*)＝sin　*A*　cos　*B*＋cos　*A*　sin　*B*

cos(*A*＋*B*)＝cos　*A*　cos　*B*－sin　*A*　sin　*B*

tan(*A*＋*B*)＝

△*ABC*　的正弦定理：＝＝＝＝2*R*（*R*　為△*ABC*　外接圓半徑）

△*ABC*　的餘弦定理：*c*2＝*a*2＋*b*2－2*ab*　cos　*C*

一維數據　*X*：*x*1，*x*2，……，*xn*，

算術平均數　*μX*　＝(*x*1＋*x*2＋……＋*xn*)

標準差　*σX*　＝

＝

二維數據　(*X*，*Y*　)：(*x*1，*y*1)，(*x*2，*y*2)，……，(*xn*，*yn*)，

相關係數　*rX*,*Y*＝

迴歸直線（最適合直線）方程式

參考數值：　≈　1.414，　≈　1.732，　≈　2.236，　≈　2.449，*π*　≈　3.142

對數值：log　2　≈　0.3010，log　3　≈　0.4771，log　5　≈　0.6990，log　7　≈　0.8451